Prova di esonero Fisica 1 per Matematica 09.11.2005

-Prof. Pistilli-

Esercizio 1

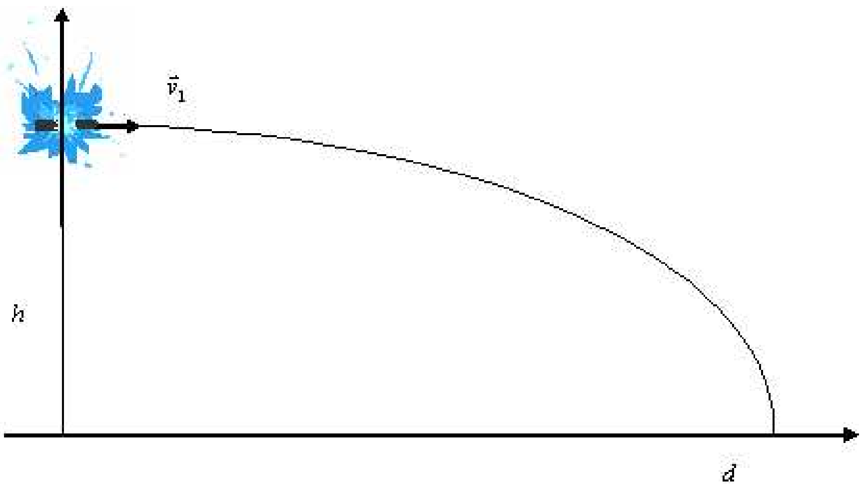
Un corpo di massa $M = 200kg$ viene lanciato dal suolo verticalmente con velocità iniziale $v_0 = 100ms^{-1}$, quando arriva nel punto di massima quota h avviene un'esplosione interna che lo spacca in due frammenti di massa $M_1 = 120kg$ e $M_2 = 80kg$. Subito dopo l'esplosione il frammento M_1 viaggia orizzontalmente con velocità $v_1 = 150ms^{-1}$. Si calcoli:

1) l'altezza h dal suolo a cui avviene l'esplosione;

2) la velocità (modulo, direzione e verso) del frammento M_2 subito dopo l'esplosione;

3) a che distanza d dal punto di partenza cade al suolo il frammento M_1;

4) l'energia ceduta dall'esplosione ai due frammenti (facoltativa).



1) Per la conservazione dell'energia meccanica si ha

$$E_i = E_f \Rightarrow K_{ci} = U_f \qquad (1)$$

poiché all'inizio è nulla l'energia potenziale, alla fine l'energia cinetica. Quindi

$$\frac{1}{2}Mv_0^2 = Mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g} = 510.2m \qquad (2)$$

2) Nell'esplosione si conserva la quantità di moto del sistema (massa M prima dell'esplosione, masse M_1 e M_2 dopo l'esplosione)

$$0 = M_1 v_{1x} + M_2 v_{2x} \tag{3}$$

$$0 = M_1 v_{1y} + M_2 v_{2y} \tag{4}$$

poiché la quantità di moto iniziale è nulla (il corpo alla massima quota è fermo). Si ha

$$0 = M_1 v_1 + M_2 v_{2x} \tag{5}$$

$$0 = M_2 v_{2y} \tag{6}$$

perché la velocità di M_1 dopo l'esplosione è orizzontale, e quindi concludiamo

$$v_{2x} = -\frac{M_1}{M_2} v_1 = -225 m s^{-1} \tag{7}$$

$$v_{2y} = 0 \tag{8}$$

cioé la massa M_2 ha velocità diretta lungo l'asse x e verso negativo.

3) Si applicano le equazioni del moto del proiettile

$$x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \tag{9}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \tag{10}$$

che in questo caso diventano

$$x(t) = v_1 t \tag{11}$$

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \tag{12}$$

Ricavando t dalla prima e sostituendolo nella seconda si ha

$$y(t) = h - \frac{1}{2}g(\frac{x(t)}{v_1})^2 \tag{13}$$

Quando la massa tocca terra $y(t) = 0$ e $x(t) = d$, quindi

$$0 = h - \frac{1}{2}g(\frac{d}{v_1})^2 \tag{14}$$

da cui si ricava d

$$d = \sqrt{\frac{2h}{g}}v_1 = 1530.6m \tag{15}$$

4) L'energia ceduta alle due masse è

$$K_{c1} = \frac{1}{2}M_1 v_1^2 = 1.35 \cdot 10^6 J \tag{16}$$

per la prima massa e

$$K_{c2} = \frac{1}{2}M_2 v_1^2 = 2.02 \cdot 10^6 J \tag{17}$$

Esercizio 2

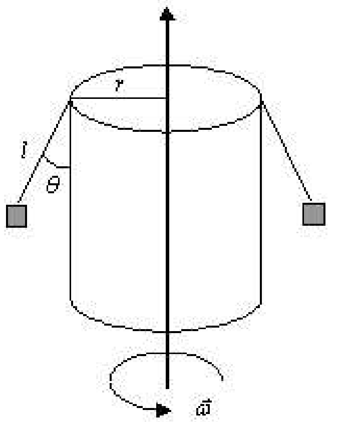
Una giostrina giocattolo consiste in un cilindro di raggio $r = 10cm$, ruotante intorno al suo asse verticale, cui sono appesi tramite leggeri fili inestensibili lunghi $l = 20cm$ dei piccoli seggiolini massicci. La giostrina viene fatta routare in modo che i fili siano inclinati di $\theta = 60°$ rispetto alla verticale. Si calcoli in questa situazione:

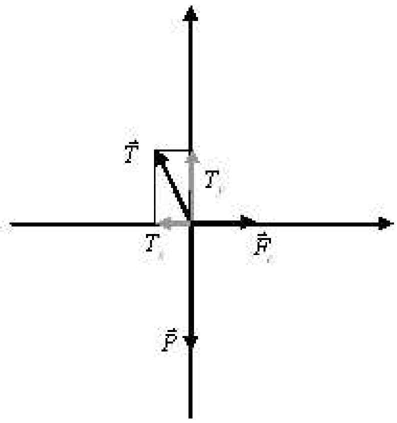
a) la tensione di ogni filo sul suo seggiolino sapendo che ha massa $m = 150g$;

b) la velocità angolare della giostra.

Le risultanti delle forze nelle due direzioni x e y (diagramma delle forze in figura):

$$F_x = F_c - T_x = 0 \tag{18}$$





$$F_y = T_y - P = 0 \tag{19}$$

che danno

$$F_c = T_x \tag{20}$$

$$T_y = P \tag{21}$$

quindi

$$m\omega^2(r + l\sin\theta) = T\sin\theta \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{T}{4mr}} \tag{22}$$

$$T\cos\theta = mg \Rightarrow T = \frac{2\sqrt{3}}{3}mg \tag{23}$$

avendo osservato che $l = 2r$, che $\sin\theta = \frac{1}{2}$ e che $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Sostituendo

$$\omega = \sqrt{\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}mg}{4mr}} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}g}{6r}} = 5.3giris^{-1} \tag{24}$$

$$T = 1.7N \tag{25}$$

il che ha risposto ai punti a) e b).