

ICA, a.a. 2004-2005 - I Esonero

2 novembre 2004

1. Quale delle seguenti affermazioni è vera?:

a. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$

b. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n+1}{n}$

c. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{n}$.

Giustificare le risposte dimostrando l'affermazione se questa è vera, mostrando un contro-esempio, se è falsa. Ricordare che

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

2. Calcolare i seguenti limiti di successioni:

a. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$

b. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 + n \sin n}{1 + n^3}$

c. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n+3} - \frac{n^2+3}{n}$

d. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n^2 + n}{n^2 + n + 1} \right)^{n^2}$

3. Determinare l'estremo superiore ed inferiore dei seguenti insiemi. Dire se è massimo o minimo.:

a. $\left\{ \frac{3n^2}{4n+1}; n \in \mathbf{N} \right\}$

b. $\left\{ (-1)^n \frac{1}{n+1}; n \in \mathbf{N} \right\}$

4. Determinare il campo d'esistenza delle seguenti funzioni:

a. $\sqrt[4]{\frac{|x-3|}{|2x+1|} - \frac{1}{2}}$

b. $\log(\log(x-1)^2 - \log(x-2)^2)$

c. $\sqrt{2 \cos^2 x + 3 \sin x - 3}$