Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2004/2005
GE3 - Topologia Generale ed Elementi di Topologia Algebrica
Tutorato 6
Giovedì 21 Aprile 2005

1. Sia $f : (X, \mathcal{T}_{\mathcal{X}}) \longrightarrow (Y, \mathcal{T}_{\mathcal{Y}})$ un'identificazione.
   Verificare che se $(X, \mathcal{T}_{\mathcal{X}})$ è separabile, allora $(Y, \mathcal{T}_{\mathcal{Y}})$ è separabile.
   In particolare dunque un quoziente di uno spazio topologico separabile è separabile.

2. Sia $f : (X, \mathcal{T}_{\mathcal{X}}) \longrightarrow (Y, \mathcal{T}_{\mathcal{Y}})$ un'identificazione. Sia T un sottoinsieme di X e sia $g\mid_{T,su}$: $\left(X\mid_T, \mathcal{T}_{X\mid_T}\right) \longrightarrow \left(f(T), \mathcal{T}_{Y\mid_{f(T)}}\right)$ l'applicazione suriettiva indotta da f su T.
   Verificare che:

   (a) se T è un aperto f-saturo, g è un'identificazione;

   (b) se f è una funzione aperta e continua e T è un aperto f-saturo, g è un'identificazione.

3. Determinare lo spazio quoziente di $(\mathbb{Z}, \mathcal{E}\mid_{\mathbb{Z}})$ rispetto a ρ congruenza modulo n.

4. Determinare lo spazio quoziente di $(\mathbb{Z}, i_s\mid_{\mathbb{Z}})$ rispetto a ρ congruenza modulo n.

5. Verificare che lo spazio topologico quoziente di $(\mathbb{R}, \mathcal{E})$ rispetto alla relazione di equivalenza $\rho = \rho_f$ indotta dalla funzione $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}$ definita da $f(x) = [x]$ (funzione parte intera) è omeomorfo allo spazio topologico $(\mathbb{Z}, i_s\mid_{\mathbb{Z}})$.