GE2 - Tutorato IX

Livia Corsi e Chiara Del Vescovo

2 dicembre 2004

1. Sia data una conica euclidea $\Gamma \subset \mathbf{E}^2$ non degenere, a centro, e si consideri la forma quadratica associata alla matrice A_{00}. Dimostrare che:

   (a) Le rette le cui giaciture sono gli autovettori di A_{00} e passanti per il centro, sono gli assi di simmetria di Γ.

   (b) Se Γ è un'iperbole, le rette che hanno per giacitura i verttori isotropi di A_{00} e passanti per il centro, sono gli asintoti di Γ.

2. Classificare le seguenti coniche affini (risp. euclidee) ed esplicitare le affinità (risp. le isometrie) che le riducono a forma canonica:

   (a) $x^2 - 2y + 3 = 0$

   (b) $x^2 + 4y^2 - 4xy + 1 = 0$

   (c) $\frac{1}{4}x^2 + y^2 - x - 2y + 1 = 0$

   (d) $x^2 - (y+1)^2 + 4xy - 1 = 0$

   (e) $2x^2 + y^2 + 2xy - 2x + 1 = 0$

   (f) $9x^2 + 4y^2 - 12xy + 6x - 4y + 1 = 0$

3. Sia $\mathcal{C}$ una parabola euclidea reale. Verificare che, se $\mathcal{C}$ è degenere, allora ha infiniti centri di simmetria, mentre se $\mathcal{C}$ è generale, allora non ha alcun centro di simmetria.

4. Nel piano euclideo $\mathbf{E}^2$, sia assegnato il riferimento cartesiano (O,$\mathbb{E}$); data l'iperbole euclidea $\mathcal{C}$, di equazione $50xy + 1 = 0$:

   (a) Indicare centro e asintoti di $\mathcal{C}$ e tracciarne (approssimativamente) il grafico. Determinare un'isometria f che trasformi $\mathcal{C}$ nella sua forma canonica.

   (b) Sia ρ la riflessione di asse la retta $\mathbf{r}$ di equazione $2x - y + 1 = 0$. Scrivere le equazioni di ρ.

   (c) Scrivere la matrice dell'iperbole trasformata $\rho(\mathcal{C})$. Calcolarne centro e asintoti e tracciarne (approssimativamente) il grafico.