

GE2 - Tutorato VIII

Livia Corsi e Chiara Del Vescovo

25 novembre 2004

1. Classificare le seguenti coniche di \mathbf{E}^2 con riferimento cartesiano $(0, \mathbb{E})$:

- (a) $2xy - 2y + 3 = 0$
- (b) $x^2 + 4y^2 - 4xy + 6x - 12y + 9 = 0$
- (c) $\frac{1}{4}x^2 + y^2 - \frac{1}{2}x + 2y + \frac{5}{4} = 0$
- (d) $52x^2 - 72xy + 73y^2 - 32x - 74y + 28 = 0$
- (e) $x^2 + 8xy + 16y^2 - x + 8y - 12 = 0$
- (f) $(x + y)^2 + 3x^2 + 8y^2 - 2xy + 8x - 18y + 37 = 0$

Dire inoltre se se sono simmetriche rispetto ai punti $(1, 0)$, $(1, 2)$, $(2, 1)$, $(0, 0)$ e rispetto alle rette:

$$r : y - x = 0 \quad s : x = 3 \quad t : y = 2$$

2. Sia \mathbf{E}^2 un piano euclideo con riferimento cartesiano standard (O, \mathbb{E}) . Siano \mathcal{F} , \mathcal{G} , \mathcal{H} rispettivamente le curve di equazione $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (ellisse non degenera a punti reali) ($a \geq b > 0$), $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ (iperbole non degenera) ($a > 0, b > 0$), $y^2 - 2px = 0$ (parabola non degenera) ($p > 0$)

- (a) Studiare la simmetria delle tre coniche rispetto all'origine, agli assi coordinati e alla retta $y = x$.
- (b) Dimostrare che se in \mathcal{F} $a = b$ allora la conica è simmetrica rispetto a qualsiasi retta passante per l'origine.
- (c) Trovare tutti i centri di simmetria delle tre coniche.
- (d) In \mathcal{F} trovare i fuochi e le intersezioni della curva con gli assi coordinati.
- (e) In \mathcal{G} trovare i fuochi, gli asintoti e le intersezioni della curva con l'asse delle ascisse.
- (f) In \mathcal{H} trovare il vertice.

3. Determinare un'isometria che trasforma le coniche dell'esercizio 1 nella loro forma canonica. Inoltre, se è possibile, individuare i fuochi, gli asintoti, il vertice, il centro e gli assi di simmetria.