Esercitazione 4- Am3

Prof. Ugo Bessi, Dott. Claudia Di Giulio

02 maggio 2005

Esercizio 1

Dopo aver calcolato Δu in coordinate polari, si verifichi che le sole soluzioni dell'equazione di Laplace $\Delta u = 0$ che dipendono solo dalla distanza ρ dall'origine sono della forma
$u(\rho)$= a ln ρ + b in R^2.

Esercizio 2

Sia A una matrice $N \times N$ simmetrica. Se $u \in R^N$ soddisfa $\frac{1}{2}u^T Au = min_{v\in R^N, \|v\|=1}\ \frac{1}{2}v^T Av$, allora A$u$=$\lambda u$.

Esercizio 3

Si determini un piano tangente all'ellissoide

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

in un punto del primo ottante ($x > 0,\ y > 0,\ z > 0$) in modo che il volume del tetraedro delimitato da tale piano e dai piani coordinati sia minimo.

Esercizio 4

Trovare il massimo e il minimo della funzione $f(x, y) = x^2+3xy+y$ nel quadrato $|x|+|y| = 2$.

Esercizio 5

Trovare il massimo e il minimo della funzione $f(x, y) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2$ in
$D = \left\{(x, y) \in R^2 : x \geq 0; 0 \leq y \leq 4 - 2x\right\}$

Esercizio 6

Calcolare il massimo e il minimo della funzione $f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ nella porzione del paraboloide di equazione $z = 1 - x^2 - y^2$ contenuta nel semipiano $z \geq 0$.