AM1b - Tutorato - Lunedì 16 maggio 2005 d.C.
tutori Federico Coglitore e Gabriele Fusacchia

1. Fra tutti i rettangoli con i vertici su un'ellisse di semiassi a e b, trovare quello di area massima.

2. (a) Sia $f(x)$ una funzione derivabile in $[a, b]$, e supponiamo che abbia un massimo (un minimo) relativo in a. Cosa si può dire della derivata $f'(a)$? E cosa di $f'(b)$ se $f(x)$ ha un massimo (un minimo) relativo in b?

   (b) Dimostrare che, se $f(x)$ è una funzione derivabile in $[a, b]$, la sua derivata f' assume, su tutti gli intervalli $[\alpha, \beta] \subset [a, b]$, tutti i valori compresi tra $f'(\alpha)$ e $f'(\beta)$ (ovvero, f' ha la proprietà *di Darboux* in $[a, b]$).

3. Trovare i punti di massimo e di minimo relativi delle seguenti funzioni:

   (a) $x^2 + x - \dfrac{1}{x}$

   (b) $\dfrac{x}{1 + x^2}$

   (c) $(x^2 - 8)e^{-x}$

4. Calcolare i seguenti integrali:

   (a) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^2(x^2 + x + 1)}$

   (b) $\displaystyle\int (x^2 + 1)e^{2x}\, dx$

   (c) $\displaystyle\int x(1 + x^2)e^{x^2} \log x\, dx$

   (d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x + e^{-x}}{1 + e^x}\, dx$

5. Dimostrare che $\displaystyle\int_0^x \left(\int_0^u f(t)\, dt \right) du = \int_0^x f(u)(x - u)\, du$