

II Esonero - Am1b Analisi Matematica 1

Docente: Dott. Pierpaolo Esposito

1 Giugno 2005

Esercizio 1

Studiare massimi/minimi relativi della funzione $f(x) = \frac{x^2}{x^3+4}$. Determinare, se esistono finiti, i valori di massimo/minimo assoluti di $f(x)$ negli intervalli $[-1, 3]$ e $[-2, 2]$ e trovare i corrispondenti punti di massimo/minimo assoluti.

Esercizio 2

Studiare dal punto di vista qualitativo il grafico della funzione $f(x) = \frac{x^2}{x^2+3}e^{-x}$.

Esercizio 3

Calcolare i seguenti integrali definiti o indefiniti:

- $\int \frac{dx}{(x^2-1)(x^2+x+1)}$,
- $\int_0^\pi \sin^3 x dx$,
- $\int x^3 e^{-x^2} dx$,
- $\int \frac{dx}{1+\cos^2 x}$.

Esercizio 4

La funzione $\frac{1}{\sin^3 x}$ è integrabile in $(0, 1)$? La funzione $\frac{x^{\frac{5}{3}}}{\sin^3 x}$ lo è? Rispondere giustificando le risposte.

Esercizio 5

Calcolare i seguenti limiti, qualora esistano:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x e^{t^2} dt}{x + \frac{1}{x} e^{x^2}}$,
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} - \sin x - \cos x}{\log(\sin 2x)}$,
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} - \sin x - \cos x}{\log(\cos x)}$,
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \log(\cos x) + \sin^2 x}{2 \sin(1 - \cos x) - \log(1 + x^2)}$.

Sugg.: Al punto (d), usare gli sviluppi di Taylor per le funzioni considerate fino ad un ordine opportuno.