ESERCITAZIONE 3

Di Gregorio Laura

1. Siano $\Omega_1, \Omega_2 \subseteq \mathbb{C}$ due regioni semplicemente connesse.

(a) Caratterizzare i punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $\Omega_1 \setminus \{z\}$ è ancora semplicemente connesso.

(b) Se $\Omega_1 \cup \Omega_2$ è una regione, è vero che $\Omega_1 \cup \Omega_2$ è sempre semplicemente connesso?

(c) Se $\Omega_1 \cap \Omega_2$ è una regione, è vero che $\Omega_1 \cap \Omega_2$ è sempre semplicemente connesso?

2. Sia Ω regione semplicemente connessa. Sia

$$\mathcal{C} := \{C \subset \mathbb{C} \text{ compatto, connesso, non vuoto, t.c. } \Omega \setminus C \text{ è una regione}\},$$

caratterizzare i $C \in \mathcal{C}$ tali che $\Omega \setminus C$ è ancora semplicemente connesso.

3. Sia $K \subsetneq \mathbb{C}$ chiuso non vuoto tale che $\mathbb{C} \setminus K$ è connesso. È vero che se $\mathbb{C} \setminus K$ è semplicemente connesso allora K è illimitato?

4. Sia Ω regione stellata. Dimostrare che Ω è semplicemente connessa.

5. Siano $\Omega_1, \Omega_2 \subseteq \mathbb{C}$ due regioni convesse. Sia $\Omega_1 \cap \Omega_2 \neq \emptyset$. Allora $\Omega_1 \cup \Omega_2$ è semplicemente connesso.