AC1 – Tutorato 9

Paolo Tranquilli

Venerdì 20 Maggio

1. Trovare, se esiste, una mappa conforme f tra le seguenti regioni:

   (a) $\{\,\mathrm{Im}\, z > 0,\ \mathrm{Re}\, z > 0\,\} \xrightarrow{f} D$;

2. Usando i prodotti infiniti definire, se possibile, una funzione intera non costante che abbia uno zero di ordine uno in ogni numero naturale, e una che li abbia in ogni reciproco di un numero naturale.

3. Mostrare che
$$\prod_{i=0}^{\infty}(1+z^{2^i}) = (1+z)(1+z^2)(1+z^4)\dots$$
   converge assolutamente per $|z| < 1$ e che
$$\prod_{i=0}^{\infty}(1+z^{2^i}) = \frac{1}{1-z}.$$

4. Dimostrare che il campo $\mathcal{M}(\Omega)$ delle funzioni meromorfe su $\Omega \subseteq \mathbb{C}$ è il campo dei quozienti dell'anello $\mathcal{H}(\Omega)$ delle funzioni olomorfe su Ω. (il punto più delicato è mostrare che ogni funzione meromorfe può essere scritta come quoziente di funzioni olomorfe)