

Esercizio 1. Siano X_1, \dots, X_n i.i.d. estratti da una popolazione X con funzione di densità

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{\theta^2} x \exp \left\{ -\frac{x}{\theta} \right\}$$

con $x > 0$ e $\theta > 0$.

- a) Calcolare la funzione generatrice dei momenti, $E(X)$ e $Var(X)$.
- b) Valutare se la distribuzione appartiene alla famiglia esponenziale
- c) Trovare la statistica sufficiente per θ
- d) Utilizzando la funzione generatrice dei momenti, calcolare la distribuzione della statistica sufficiente del punto c)
- e) Valutare se la media campionaria \bar{X} è uno stimatore corretto per θ . Nel caso non lo fosse provare a correggerlo.
- f) Calcolare l'MSE dello stimatore corretto calcolato al punto e).
- g) Lo stimatore corretto calcolato al punto e) è UMVUE?
- h) Calcolare il valore atteso di $\frac{1}{\bar{X}}$. Utilizzando questa informazione provare a costruire uno stimatore corretto di $\frac{1}{\theta}$

(N.B. si consideri che $\forall k \in N, \Gamma(k) = (k - 1)!$).