

4. Una massa $m = 1 \text{ kg}$ di acqua ($c = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}}$) inizialmente a temperatura $T_i = 0^\circ\text{C}$ viene portata a 100°C in tre modi diversi:
- ponendola direttamente a contatto con una sorgente a temperatura $T_f = 100^\circ\text{C}$;
 - ponendola prima a contatto con una sorgente a temperatura intermedia $T_2 = 50^\circ\text{C}$ e, dopo un primo equilibrio, ponendo l'acqua a contatto con la sorgente a T_f ;
 - ponendo l'acqua prima a contatto con la sorgente a $T_2 = 50^\circ\text{C}$, poi con una a $T_3 = 75^\circ\text{C}$ e infine con quella a $T_f = 100^\circ\text{C}$.
- Calcolare le variazioni di entropia dell'universo nei tre casi.

Sol. $\Delta S_u = \Delta S_{\text{art}} + \Delta S_{\text{amb}}$

$$a) \Delta S_{\text{art}} = \int \frac{\delta Q}{T} = \int_{T_i}^{T_f} mc \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S_{\text{amb}} = - \frac{\Delta Q}{T_f} = - mc \frac{(T_f - T_i)}{T_f} = \frac{mc (T_i - T_f)}{T_f}$$

$$\Delta S_u^{(a)} = mc \ln \frac{T_f}{T_i} + mc \frac{(T_i - T_f)}{T_f} = 44 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

$$b) \Delta S_{\text{art}} = \int_{T_i}^{T_2} mc \frac{dT}{T} + \int_{T_2}^{T_f} mc \frac{dT}{T} = mc \left[\ln \frac{T_2}{T_i} + \ln \frac{T_f}{T_2} \right] = mc \ln \frac{T_f}{T_i}$$

$$\Delta S_{\text{amb}} = - \frac{mc(T_2 - T_i)}{T_2} - \frac{mc(T_f - T_2)}{T_2} \Rightarrow \Delta S_u^{(b)} = 23,2 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

$$c) \Delta S_{\text{art}} = mc \ln \frac{T_f}{T_i}, \quad \Delta S_{\text{amb}} = \frac{mc (T_i - T_2)}{T_2} + \frac{mc (T_2 - T_3)}{T_3} + \frac{mc (T_3 - T_f)}{T_f}$$

$$\Rightarrow \Delta S_u^{(c)} = 18,4 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

Oss. : al crescere del numero di sorgenti intermedie ΔS_u diminuisce, cioè la variazione totale di entropia diminuisce al diminuire della differenza di temperatura tra l'acqua e la sorgente con cui scambia calore. Con una serie di infiniti scambi termici infinitesimi con infiniti sorgenti diverse di dT , si avrebbe $\Delta S_u = 0$, cioè per una trasformazione reversibile $\Delta S_u = 0$.