<u>Oss</u>: dimostriamo che l'espressione del lavoro con T_f ottenuto $= L_{max}$.

$$L = m_1 c_v (T_1 - T_f) - m_2 c_v (T_f - T_2) \Rightarrow T_f = -\frac{L}{(m_1+m_2)c_v} + \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

Usando $\Delta S_{tot} = \Delta S_{macc} + \Delta S_1 + \Delta S_2 \geq 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow m_1 c_v \ln\frac{T_f}{T_1} + m_2 c_v \ln\frac{T_f}{T_2} \geq 0 \Rightarrow T_f \geq (T_1^2 T_2)^{1/3}$$ che in (1) dà

$$-\frac{L}{(m_1+m_2)c_v} + \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1+m_2} \geq (T_1^2 T_2)^{1/3} \Rightarrow L \leq c_v\left[(m_1 T_1 + m_2 T_2) - (m_1+m_2)(T_1^2 T_2)^{1/3}\right]$$

$$\Rightarrow L_{max} = c_v\left[(m_1 T_1 + m_2 T_2) - (m_1+m_2)(T_1^2 T_2)^{1/3}\right]$$ che dà $T_f = (T_1^2 T_2)^{1/3}$

e ciò quindi corrisponde al processo reversibile.

4. In un cilindro, munito di pistone a perfetta tenuta, è contenuta una mole di gas ideale monoatomico. Il pistone e la parete laterale del cilindro sono adiabatiche, mentre il fondo è diatermico. Nello stato di equilibrio iniziale la temperatura del gas è T mentre la pressione p è ottenuta poggiando un unico peso sul pistone. Si considerino le due seguenti trasformazioni, aventi in comune lo stato iniziale:

a) Posta la base del cilindro in contatto con un supporto termicamente isolante, si aggiunge sul pistone un secondo peso identico a quello già presente, e si attende il raggiungimento del nuovo stato di equilibrio.

b) Si eseguono le stesse operazioni, ma avendo posto la base del cilindro in contatto con una sorgente a temperatura T.

Calcolare le variazioni di entropia subite dal gas a seguito delle trasformazioni descritte in a) e b).

<u>Sol.</u>: a) compressione adiabatica irreversibile. $Q=0 \Rightarrow \Delta U = -L$,

$\Delta U = c_v (T_f - T)$, $L = 2p(V_f - V) \Rightarrow c_v(T_f - T) = -2p(V_f - V)$ e

$2pV_f = nRT_f$ e $pV = nRT \Rightarrow \frac{3}{2}R(T_f - T) = R(2T - T_f) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{T_f}{T} = \frac{c_v + 2R}{c_v + R} = \frac{7}{5} \Rightarrow \frac{V_f}{V} = \frac{7}{10} \Rightarrow \Delta S = c_v \ln\frac{T_f}{T_i} + R\ln\frac{V_f}{V_i} =$$

$$= \frac{3}{2}R\ln\frac{7}{5} + R\ln\frac{7}{10} = 1{,}23\ \frac{J}{K}$$

b) isoterma irreversibile $\Rightarrow \Delta S = R\ln\frac{V_f}{V}$, $2pV_f = pV \Rightarrow \frac{V_f}{V} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta S = -R\ln 2 = -5{,}76\ \frac{J}{K}$$