3. Un sistema termicamente isolato è costituito da due serbatoi rigidi, di capacità termica trascurabile, il primo dei quali contiene $n_1 = 10$ moli di gas perfetto monoatomico a $T_1 = 600$ K e il secondo $n_2 = 5$ moli dello stesso gas a $T_2 = 300$ K. Supponendo che da tale sistema si possa estrarre del lavoro L, calcolare il massimo valore di L ottenibile e la temperatura T_f dei due gas quando tale lavoro sarà eseguito.

<u>Sol.</u>: Assumiamo che L_{max} sia ottenuto da una trasformazione reversibile. Immaginiamo un motore reversibile che operi secondo cicli di Carnot fra il gas a T maggiore e quello a T minore. Per assicurare la reversibilità i due gas devono funzionare da sorgenti termiche cioè la loro temperatura deve essere mantenuta cost. a meno di infinitesimi. Ciò può essere ottenuto prelevando per ogni ciclo $\delta Q^{(1)}$ dal gas 1 e cedendo $\delta Q^{(2)}$ al gas 2 $\Rightarrow$

$$\Rightarrow dT^{(1)} = -\frac{\delta Q^{(1)}}{n_1 c_v} \quad \text{mentre} \quad dT^{(2)} = -\frac{\delta Q^{(2)}}{n_2 c_v}, \quad \delta L = \delta Q^{(1)} + \delta Q^{(2)}$$

In un ciclo di Carnot $L = |Q_{ass}| - |Q_{ced}| \Rightarrow \delta L = \delta Q^{(1)} + \delta Q^{(2)} =$

$$= -n_1 c_v\, dT^{(1)} - n_2 c_v\, dT^{(2)} \Rightarrow L = \int dL = n_1 c_v (T_1 - T_f) - n_2 c_v (T_f - T_2) =$$

$= Q_{ass} - Q_{ced}$. Si deve determinare T_f.

<u>1° modo</u>: l'integrale di Clausius relativo alla macchina rev. dell'esercizio

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 = \int_{T_1}^{T_f} \frac{\delta Q^{(1)}}{T^{(1)}} + \int_{T_2}^{T_f} \frac{\delta Q^{(2)}}{T^{(2)}} = \int_{T_1}^{T_f} -n_1 c_v \frac{dT^{(1)}}{T^{(1)}} + \int_{T_2}^{T_f} n_2 c_v \frac{dT^{(2)}}{T^{(2)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_1 c_v \ln\frac{T_f}{T_1} + n_2 c_v \ln\frac{T_f}{T_2} = 0 \Rightarrow \frac{n_1}{n_2} \ln\frac{T_f}{T_1} + \ln\frac{T_f}{T_2} = 0 \Rightarrow \ln\left[\left(\frac{T_f}{T_1}\right)^{\frac{n_1}{n_2}} \cdot \frac{T_f}{T_2}\right] = 0$$

$$\frac{n_1}{n_2} = 2 \Rightarrow \left(\frac{T_f}{T_1}\right)^2 \cdot \frac{T_f}{T_2} = 1 \Rightarrow \frac{(T_f)^3}{T_1^2 T_2} = 1 \Rightarrow T_f = (T_1^2 T_2)^{1/3} = 476,2 \text{ K}$$

$\Rightarrow L = 4450$ J. $= L_{max}$.

<u>2° modo</u>: variazione tot. di entropia $= 0 \Rightarrow \Delta S_{mach} + \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0$ *

$$\Rightarrow \Delta S_{mach} = 0 \ (\text{ciclo}); \quad \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_f} n_1 c_v \frac{dT^{(1)}}{T^{(1)}} = n_1 c_v \ln\frac{T_f}{T_1} < 0$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_f} n_2 c_v \frac{dT^{(2)}}{T^{(2)}} = n_2 c_v \ln\frac{T_f}{T_2} > 0$$ e ritrovo l'espressione precedente.