Tutorato di AM1a

Fabrizio Fanelli

Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di funzioni:

1. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\log\sqrt{x+1}}{x}$ $\quad (0)$
   $= 1/2\frac{\log x+1}{x+1}\frac{x+1}{x}$, poi utilizzare il limite notevole del tipo $\frac{\log y}{y} \longrightarrow 0$, con $y \to +\infty$

2. $\lim_{x\to+\infty} \frac{\log(x^3+1)}{x}$ $\quad (0)$
   $= 3\frac{\log\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt[3]{x^3+1}}\frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{x}$, poi utilizzare il limite notevole del tipo $\frac{\log y}{y} \longrightarrow 0$, con $y \to +\infty$

3. $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^x$ $\quad (e)$
   $= \left[\left(1+\frac{1}{x+1}\right)^{x+1}\right]^{\frac{x}{x+1}}$, poi utilizzate il limite notevole di e.

4. $\lim_{x\to+1} x^{\left(\frac{2}{x-1}\right)}$ $\quad (e^2)$
   utilizzate la sostituzione $y = 2/(x-1)$, osservando che il limite si sdoppia.

5. $\lim_{x\to0} \frac{\log(1+x)+\log(1-x)}{x^2}$ $\quad (-1)$

6. $\lim_{x\to0^+} \log x + \frac{1}{\sin x}$ $\quad (+\infty)$

7. $\lim_{x\to0} \frac{2^{3x}-1}{x}$ $\quad (3\log 2)$

8. $\lim_{x\to+\infty} x\log_{10}(1+\frac{2}{x})$ $\quad (2\log_{10} e)$

9. $\lim_{x\to+\infty} \left(e^{\sqrt{x^2+x}-e^{\sqrt{x^2-1}}}\right)$ $\quad (+\infty)$

10. $\lim_{x\to0} \frac{1-\cos 2x}{\sin^2 3x}$ $\quad (2/9)$

Classificare il punto di discontinuitá in base ai parametri α e β

$$f(x) \equiv \begin{cases} x^\alpha \sin^2 x & 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0 \\ |x|^\beta \cos^2 \left(\dfrac{1}{x}\right) & -1 < x < 0 \end{cases}$$