

Cognome e nome \_\_\_\_\_

PRIMO ESONERO DI AM1A

6 novembre 2003

**Esercizio 1.**

Trovare, al variare del parametro reale  $\alpha > 0$ , estremo superiore ed inferiore del seguente insieme:

$$A = \left\{ x = 3 + \frac{1}{n^{\alpha-2}}, \quad n \in \mathbf{N} \setminus \{0\} \right\}$$

Cognome e nome \_\_\_\_\_

PRIMO ESONERO DI AM1A

6 novembre 2003

**Esercizio 2.**

Dimostrare che il seguente insieme ha un solo punto di accumulazione (trovarlo e provare che é di accumulazione):

$$B = \left\{ x = 2 + \frac{1 + 2 \cdot (-1)^{n-1}}{n^2}, \quad n \in \mathbf{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

Provare inoltre che l'insieme contiene solo punti isolati.

Cognome e nome \_\_\_\_\_

PRIMO ESONERO DI AM1A

6 novembre 2003

**Esercizio 3.**

Dimostrare per induzione che

$$\sum_{h=0}^{n-1} (h+1)^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \forall n \in \mathbf{N}$$

Cognome e nome \_\_\_\_\_

PRIMO ESONERO DI AM1A

6 novembre 2003

**Esercizio 4.**

Trovare estremo superiore ed inferiore del seguente insieme:

$$C = \left\{ x = \frac{7 - 2n}{n} + 5, \quad n \in \mathbf{N} \setminus \{0\} \right\}.$$

Cognome e nome \_\_\_\_\_

PRIMO ESONERO DI AM1A

6 novembre 2003

**Esercizio 5.**

Dare la definizione di punto di accumulazione di un insieme di numeri reali.

Enunciare il principio di induzione.

Dare la definizione di: sezione di  $\mathbb{R}$ , di elemento separatore ed enunciare l'assioma di Dedekind.