

Cognome e nome _____

SECONDO ESONERO DI AM1A

8 gennaio 2004

Esercizio 1.

Calcolare il limite della seguente successione:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos\left(1 - \frac{2}{n}\right)^{n^2}}{\left(\frac{n-2}{n}\right)^{3n^2}} \sin\left(\frac{n-2}{n}\right)^{n^2}$$

Cognome e nome _____

SECONDO ESONERO DI AM1A

8 gennaio 2004

Esercizio 2.

Calcolare massimo e minimo limite della seguente successione:

$$a_n = n^{\frac{2}{3}} \left(e^{2n} - e^{2n} \sin \frac{n\pi}{4} \right)$$

Cognome e nome _____

SECONDO ESONERO DI AM1A

8 gennaio 2004

Esercizio 3.

Studiare la convergenza delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{3x+1}{x^2-1} \right)^{n+1} \quad (\text{al variare del parametro } x);$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+e^n)}{\sqrt{n^4-1}} \quad (\text{usare il criterio del rapporto asintotico})$$

Enunciare il criterio del confronto e della radice n -sima.

Cognome e nome _____

SECONDO ESONERO DI AM1A

8 gennaio 2004

Esercizio 4.

Calcolare il limite della seguente funzione:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \log \left| \frac{2x - e^x + 1}{x} \right|$$

Cognome e nome _____

SECONDO ESONERO DI AM1A

8 gennaio 2004

Esercizio 5.

Stabilire se esistono dei valori del parametro a per i quali la seguente funzione é continua.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(ax)}{x} & \text{per } x \neq 0 \\ a^2 & \text{per } x = 0 \end{cases}$$

Enunciare il Teorema di Weierstrass per funzioni continue. Dare un esempio di funzione che é continua in un insieme limitato ma non é ivi limitata.