

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2007/2008

Docente: Prof.ssa E.Scoppola - Tutrice: Dott.ssa Katia Colaneri

Tutorato n.3 del 14/03/2008

Esercizio 1

Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione Uniforme sull'intervallo di ampiezza a centrato in θ .

Siano $Y_1 = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ e $Y_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$.

Determinare le distribuzioni di Y_1 e Y_n .

Esercizio 2

Siano X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale con varianza $\sigma^2 = 1$

Determinare il minimo valore di n tale che $P(|\bar{X} - \mu| < 0,5) > 95\%$.

Esercizio 3

Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale da $\text{Poisson}(\lambda)$.

Determinare la funzione generatrice dei momenti di

$S = \sum_{i=1}^n X_i$ e di \bar{X}

Esercizio 4

Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale con densità

$$f(x, \theta) = \frac{1}{\theta^4} x e^{-\frac{x}{\theta^2}}$$

per $x > 0$ e $\theta > 0$

1. Determinare la funzione generatrice dei momenti di \bar{X}
2. Determinare la media di \bar{X}

Esercizio 5 (Esonero 5/4/2007)

Siano X_1, X_2, \dots, X_n variabili aleatorie indipendenti con distribuzione $N(\mu_i, 1)$, con $\mu_i = i - 1$ e siano Z_1, \dots, Z_n variabili aleatorie con distribuzione $N(0, 1)$.

1. Determinare per quali valori dei parametri a e b la variabile casuale $Y = \sum_{i=1}^n (aX_i + b)$ è $N(0, 1)$
2. Determinare la distribuzione di \bar{Z}

3. Determinare la distribuzione di $\frac{Y^2}{S^2}$ dove S^2 è la varianza campionaria del secondo campione

Esercizio 6

Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale da esponenziale di parametro θ .

1. Determinare la distribuzione di \bar{X}
2. Determinare la distribuzione di $Z = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
3. Per $\theta = \frac{1}{2}$ determinare la distribuzione di $\frac{X_i}{X_j}$ per $i \neq j$

Esercizio 7

Sia X_1, X_2, \dots, X_n un campione casuale da $\Gamma(k, \frac{1}{2})$

1. Determinare la distribuzione della media campionaria
2. Se U è una χ_m^2 , determinare la distribuzione di $Z = \frac{2k}{m} \frac{U}{X_1}$