

ST1 - Scritto del 17-6-2008

E. Scoppola

Per il recupero del I esonero svolgere l'esercizio 1 e rispondere alle domande 1),2),3) dell'esercizio 2.

Per il recupero del II esonero svolgere l'esercizio 3 e rispondere alle domande 4),5),6) dell'esercizio 2.

Esercizio 1

Sia X_1, X_2, X_3 un campione casuale dalla distribuzione normale standard e sia Y una variabile indipendente esponenziale di parametro $\frac{1}{2}$.

- 1) Determinare la distribuzione di $U = 2S^2$ con S^2 varianza campionaria del primo campione.
- 2) Determinare la distribuzione di $U + Y$.
- 3) Determinare la distribuzione di $\frac{U}{Y}$.
- 4) Determinare la distribuzione di $\frac{X_1}{\sqrt{\frac{Y}{2}}}$.

Esercizio 2

Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla distribuzione

$$f(x; \theta) = Cx^{\theta-1}\mathbf{1}_{[0,1]}(x) \quad \theta > 0$$

- 1) Determinare il valore della costante C per cui $f(x; \theta)$ è una densità.
- 2) Stimare θ con il metodo dei momenti.
- 3) Stimare θ con il metodo della massima verosimiglianza.
- 4) Determinare una statistica sufficiente.
- 5) Dimostrare che $-\ln X$ ha distribuzione esponenziale di parametro θ .
- 6) Determinare un UMVUE per $\frac{1}{\theta}$.

Esercizio 3

Si consideri un campione casuale di ampiezza uno dalla distribuzione esponenziale di parametro $\theta > 0$:

$$f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x} \mathbf{1}_{[0, \infty)}(x)$$

- 1) Determinare un intervallo di confidenza al 90 per cento per θ con il metodo pivotale.
- 2) Determinare un intervallo di confidenza al 90 per cento per θ con il metodo statistico.
- 3) Confrontare gli intervalli ottenuti.